

150th Anniversary of the Politecnico di Milano, 1863 - 2013
PhD School General Course
«Tradition and Perspectives of Polytechnic Culture in Europe»

Scientific Committee
Carolina Di Biase, Gabriele Pasqui, Ornella Selvafolta,
Andrea Silvestri, Ilaria Valente, Daniele Vitale

Giulio Giorello

Università degli studi di Milano

Philosophy, industry and Science.

Filosofia, industria e scienza

January 15th, 2013

Applications / Iscrizioni:

Dott.ssa Costanza Mangione – costanza.mangione@polimi.it

Organization / Organizzazione:

Laura Balboni, Francesca Florida, Chiara Occhipinti

Summary / Indice

- 5 **Giulio Giorello**
Short Biography
Profilo biografico
- 7 **Olivier Heaviside's dinner.**
Algebraic Imagination and Geometrical Rigour
Giulio Giorello, Corrado Sinigaglia
- 23 **Ricerca scientifica e libertà politica**
Giulio Giorello, Luca Guzzardi
- 37 **Bibliography / Bibliografia**
Main Books and texts by Giulio Giorello
Principali libri e saggi di Giulio Giorello

- The first text / Il primo testo (by / di Giulio Giorello, Corrado Sinigaglia),
Olivier Heaviside's Dinner. Algebraic Imagination and Geometrical Rigour,
is taken from / è tratto da:

GIOVANNI BONIOLO, PAOLO BUDINICH, MAJDA TROBOK (editors – a cura di), *The Role of Mathematics in Physical Sciences. Interdisciplinary and Philosophical Aspects*, Springer, Dordrecht, 2005, pp. 11-32.

- The second text / Il secondo testo (by / di Giulio Giorello, Luca Guzzardi),
Ricerca scientifica e libertà politica,
is taken from / è tratto da:

L'eredità dell'Occidente. Cristianesimo, Europa, nuovi mondi, edited by / a cura di Antonio Olmi, Nerbini, Loreto, 2010, pp. 129-143.

Giulio Giorello. Short biography

Giulio Giorello is Full Professor of Philosophy of Science at Università degli Studi of Milan. He took degree in philosophy as well as in mathematics. He taught at the University of Pavia, Milan and Catania, holds courses at Politecnico Milan and IUAV-University of Design Venice and has been visiting professor in many universities and research institutions in Europe and USA. He has been President of SILFS (Società italiana di logica e filosofia delle scienze / Italian Society of Logic and Philosophy of Sciences). From the early studies in philosophy and history of mathematics, his research interests have focused on the scientific change and the relationship between sciences, ethics, and politics. He is author of a number of essays on main concepts of contemporary epistemological issues. Moreover, he is columnist of the «Corriere della Sera», and editor of the collection «Scienza e Idee» at Raffaello Cortina Editore. His most recent books include *La scienza tra le nuvole. Da Pippo Newton a Mr Fantastic*, Raffaello Cortina, 2007 (with P.L. Gaspa); *Lussuria. La passione della conoscenza*, il Mulino, Bologna, 2010; *Senza Dio. Del buon uso dell'ateismo*, Longanesi, Milano, 2010; *Il tradimento*, Longanesi, Milano, 2012.

Giulio Giorello. Profilo biografico

Giulio Giorello, titolare della cattedra di Filosofia della Scienza all'Università degli Studi di Milano, è nato a Milano nel 1945 e si è laureato in Filosofia nel 1968 e in Matematica nel 1971. Ha insegnato nelle facoltà di Ingegneria (Pavia), di Lettere e filosofia (Milano), di Scienze (Catania), al Politecnico di Milano e allo IUAV di Venezia.

Editorialista del Corriere della Sera, dirige presso l'editore Raffaello Cortina la collana «Scienza e Idee». Ha curato l'edizione italiana dell'*Areopagistica* di John Milton (Laterza, 1987) e, insieme con Marco Mondadori, del saggio *Sulla libertà di John Stuart Mill* (1981), di cui è in uscita una nuova edizione. Tra i suoi ultimi libri: con Pier Luigi Gaspa, *La scienza tra le nuvole. Da Pippo Newton a Mr Fantastic*, Raffaello Cortina, 2007; *Lussuria. La passione della conoscenza*, il Mulino, Bologna 2010; *Senza Dio. Del buon uso dell'ateismo*, Longanesi, Milano, 2010; *Il tradimento*, Longanesi, Milano, 2012.

Olivier Heaviside's «dinner».

Algebraic Imagination and Geometrical Rigour.

by Giulio Giorello and Corrado Sinigaglia

1. «Mathematical facts» as constraints.

«Le progrès [de la Mathématique] consiste moins en une application de formes intelligibles données d'avance rigides et toutes faites, qu'en une création incessante de formes intelligibles nouvelles, en un élargissement graduel des conditions de l'intelligibilité. Elle suppose une transformation de l'esprit lui-même» (Le Roy, 1960, p. 304).

The quotation is from Le Roy's lectures at the Collège de France (Paris) in the years 1914-1915 and 1918-1919. More or less in the same years, Le Roy's key idea is echoed in Pierre Boutroux's search for the objective character of mathematical knowledge, based on

1. the so called «résistance» (resistance) of the mathematical matters to our will (we have really some «mathematical facts») and
2. the «contingence» (contingency) of mathematical findings or discoveries (see e.g. Boutroux, 1920).

Le Roy's version, as we shall see, helps to clarify crucial epistemological notions concerning «discovery / invention» in mathematics, mainly in connection with Lakatos' quasi-empiricism (Lakatos, 1976a); see also (Crowe, 1975; Gillies, 2000; Cellucci, 2000). Moreover, even if the title of Le Roy's lectures sounds Pure Mathematical Thought, some of his remarks contribute powerful insights into the standard dichotomy pure / applied mathematics, and throw important light on the controversial matter of the status of «mathematical objects». Indeed, in Le Roy's own words (Le Roy, 1960): «Même en Analyse pure, l'expérience joue un rôle, et un rôle capital. L'invention y est souvent découverte» (p. 298); (see also Hadamard, 1949).

According to Le Roy (see Boutroux point 1), the working mathematician receives some inputs from the constellation of established ideas; however this constellation is not sufficient for generating outputs. The case of complex numbers will be exemplar. Le Roy observes (Le Roy, 1960): «Les [quantités] imaginaires ne se *déduisent* pas de la science antérieure. Mais elles sont *réclamées* par celle-ci comme une condition de sa vie et de son progrès» (p. 298).

He goes on:

[Les quantités imaginaires] marquent pour l'analyste je ne sais quelle *obligation* de synthèse créatrice. Et leur apparition au bout d'une foule de voies dialectiques diverses, comme point de concours ou centre de convergence, comme élément simple ou invariant méthodique, leur confère une réelle *objectivité*, c'est-à-dire une existence indépendante de nos procédés d'étude. Mais une véritable *expérience* en a été nécessaire pour en arriver là. [...] On [...] saisira mieux encore [ça] en songeant aux deux problèmes que soulève encore de nos jours – au moins en quelque mesure – la conception des imaginaires. Comment, inventées qu'elles furent pour la résolution de l'équation du second ou du troisième degré, sont-elles non seulement nécessaires, mais encore suffisantes, pour la démonstration générale du théorème de D'Alembert qui domine toute l'algèbre? Comment ne faut-il pas des imaginaires nouvelles pour chaque degré nouveau d'équation? Pourquoi d'autre part, couples numériques représentables par des vecteurs dans un plan, ne se prêtent-elles à aucune extension, complexes à n éléments, vecteurs de l'espace à trois dimensions ou même de l'hyperespace, qui respecte la permanence des formes opératoires? (p. 298).

In these two passages, Le Roy emphasizes the *need* (this is the meaning of the French «*réclamées*») of resorting to a sort of experience in connection with the genesis of objectivity: in his own example, such is the research on factorisation of extensions of \mathbf{Q} or \mathbf{R} via some particular complex numbers (e.g. see Ellison, 1978), as well the research on extensions of \mathbf{C} violating some relevant formal properties (as in the case of William Rowan Hamilton's quaternions; (see Kline, 1972; van der Waerden, 1985).

So far, so good. However, it is not so easy to find any «counterpart in nature» for complex numbers (Giusti, 1999). This is not tantamount to claiming that complex numbers have no applications to the physical world.

Of course, they do; indeed, applications in Electromagnetism and in Quantum Mechanics are well known. The point is rather this: the *genesis* of complex numbers theory, and in the building of the complex functions theory, «abstraction from physical objects» does not seem to be working (Giusti, 1999).

Yet, even here, we are dealing with what Le Roy calls «experience» (Le Roy, 1960):

les imaginaires ne sont pas [...] le résultat d'une création factice. Elles ont été suggérées, amenées, appelées par toutes sortes d'exigences préalables. De bien des manières, avant même qu'on en eût élucidé la théorie, elles voulaient être, elles s'imposaient. Puis elles se sont montrées infiniment fécondes et, de plus en plus à mesure qu'on les expérimentait davantage, elles ont heureusement réagi sur le système entier de la mathématique. Aurait-on pu prévoir *a priori* qu'elles permettraient de résoudre les équations de tous les degrés, qu'elles engendreraient la théorie générale des fonctions par où l'Analyse a été plus que doublée? Qui aurait pu deviner avant toute expérience le line merveilleux qui devait s'établir entre les nombres e et π et l'unité imaginaire i ? Remarque sur l'imprévisibilité du fait que les imaginaires seraient suffisants pour les équations de tous les degrés, alors qu'on avait démontré l'impossibilité d'une résolution algébrique. De même, qui aurait pu deviner avant toute

expérience tant de liens merveilleux entre des éléments réels, établis par l'intermédiaire des nombres complexes?

Remarque sur l'étonnement qu'on éprouve à trouver la dépendance foncière de certaines intégrations par rapport aux fonctions de variable imaginaire, jusqu'en physique mathématique. Cauchy a eu profondément ce sens du réel dont je parlais toute à l'heure, et le travail par lequel s'est constituée peu à peu la doctrine des imaginaires nous présente vraiment l'aspect d'une élaboration expérimentale (pp. 301-302).

Let us take an example. Remember that in the ring of the whole numbers \mathbf{Z} we have the fundamental theorem of arithmetic (a generalization of *Euclid's Elements*, IX, 14: «If a number be the least that is measured by prime numbers, it will not be measured by any other prime number except those originating measuring it» (Euclid, 1956); see also (Heath, 1981) stating that (except for + 1 and - 1) a number can only be resolved into prime factors in one way. After Pierre de Fermat and mainly thanks to Leonhard Euler, it was an interesting new mathematical practice to study «numbers» of the form $a + \sqrt{D}$, with $a, b \in \mathbf{Z}$, where D is a given integer (positive or negative) which is not a perfect square. The idea was to build a kind of arithmetic of *numeri surdi*; indeed, for $D < 0$, «numbers» $a + b\sqrt{D}$ are complex numbers, as it happens in Euler's procedure for Fermat's equation $x^3 + y^3 = z^3$, where $D = -3$. Moreover, rings $\mathbf{Z}[\sqrt{D}]$ proved to be very useful tools in dealing with many mathematical problems in 19th Century; the same is true for rings $\mathbf{Z}[\zeta]$, where ζ is a complex n th-root of the unity (i.e. $\zeta^n = 1$).

Yet, the initial approach to problems like higher forms of Fermat's Last Theorem was guided by the idea that, for $\mathbf{Z}[\sqrt{D}]$ or $\mathbf{Z}[\zeta]$, we have «natural» analogues of Euclid fundamental theorem of arithmetic. Now, this is obviously true for $\mathbf{Z}[\sqrt{3}]$, but it is false in general. For instance, assume $D = -5$, and try with «numbers» $a + b\sqrt{-5}$, with $a, b \in \mathbf{Z}$. Check that $6 = 2 \times 3 = (1 + \sqrt{-5})(1 - \sqrt{-5})$. It proves that in $\mathbf{Z}[\sqrt{-5}]$ it is impossible to get a unique prime factors decomposition. Likewise, it is possible to find counterexamples to the unique decomposition also in $\mathbf{Z}[\zeta]$. (For the question see Ellison, 1978, pp. 172-193; see also Ribenboim, 1979; Giorello and Sinigaglia, 2001).

The *proof* that for some rings unique decomposition does not hold amounts to a *refutation* of this initial conjecture, which seemed so useful within Euler's approach. It is precisely a conjecture like this that for Le Roy (Le Roy, 1960) constitutes a kind of guiding ideas, a sort of preconceived hypotheses, something similar in the realm of mathematics to the empirical hypotheses «qui, selon Claude Bernard, constituent le premier moment d'une expérience» (p. 299). As it is the case of $\mathbf{Z}[\sqrt{5}]$, we ignore *a priori* whether or not this conjecture might be incorporated into the body of formal mathematics. The only way to settle the question is (Le Roy, 1960): «mettre en

pratique, en service, mettre à l'essai, faire fonctionner le concept et voir comment il se comporte dans le calcul, bref éprouver l'idée par ses fruits» (p. 299).

And Le Roy rhetorically asks (Le Roy, 1960): «Nous ne savons aucunement d'avance quelle sera la réponse, ni quel remaniement l'épreuve nous forcera de faire subir au système antérieur at au concept nouveau, quel aspect final ils prendront l'un et l'autre» (p. 299).

(Note that in this case one interesting «remaniement» led to Kummer's theory of ideal numbers; on this point see Ellison, 1978, pp. 195-200. Considerations like these support Mach's well-known idea of a structural analogy between experiments in physics and demonstrations in mathematics (e.g. see Mach, 1976). Indeed, this seems to explain why in general complex numbers offer a typical example of circumstances where «the body of mathematical tools anticipated the physicist's needs» (Thom, 1982).

2. The *i*-Story

Keeping this in mind, let us come back to the crucial object studied by mathematicians who were building an arithmetic for various $\mathbf{Z}[D]$ or directly for \mathbf{C} : the quantity i , where $i^2 = -1$. To begin with, consider the following quotation from Heaviside's *Theory of Electromagnetism (ETM)* (Heaviside, 1899): «It is not so long ago since mathematicians of the highest repute could not see the validity of investigations based upon the use of the algebraic imaginary. The results reached were, according to them, to be regarded as suggestive merely, and required proof by methods not involving the imaginary» (p. 459).

Heaviside remarks that in a research of this kind, strict Euclideanism represents an obstacle¹. To those critics who note that «the rigorous logic of the matter is not

¹ «The reader who may think that mathematics is all found out, and can be put in a cut-and-dried from like Euclid, in proposition and corollaries, is very much mistaken; and if he expects a similar systematic exposition here he will be disappointed. The virtues of the academical system of rigorous mathematical training are well known. But it has its faults.

As very serious one (perhaps a necessary one) is that it checks instead of stimulating any originality student may possess, by keeping him in regular grooves. Outsiders may find that there are other grooves just as good, and perhaps a great deal better, for their purposes. Now, as my grooves are not the conventional ones, there is no need for any formal treatment. Such would be quite improper for our purpose, and would not be favourable to rapid acquisition and comprehension. For it is in mathematics just as in the real world; you must observe and experiment to find out the go of it. All experimentation is deductive work in a sense, only it is done by trial and error, followed by new deductions and changes of direction to suit circumstances. Only afterwards, when the go of it is known, is any formal exposition possible. Nothing could be more fatal to progress than to make fixed rules and conventions at the beginning, and then go by mere deduction. You would be fettered by your own conventions, and be in the same fix as the House of Commons with respect to the despatch of business, stopped by its own rules» (Heaviside, 1899, pp. 32-33). On the limits of the Euclidean approach see also (Lakatos, 1976a, pp. 205-207).

plain», Heaviside replies (Heaviside, 1899): «Well, what of that? Shall I refuse my dinner because I do not fully understand of the process of digestion?». (p. 9)

Quite correctly, Heaviside (1899) insists on the need for algebra to reach «a certain stage of development» before the imaginary «turns up»:

It was exceptional, however, and unintelligible, and therefore to be evaded, if possible. But it would not submit to be ignored. It demanded consideration, and has since received it. The algebra of real quantity is now a specialisation of the algebra of the complex quantity, say $a + bi$, and great extensions of mathematical knowledge have arisen out of the investigation of this once impossible and non-existent quantity. It maybe questioned whether it is entitled to be called a quantity, but there is no question as to its usefulness, and the algebra of real quantity would be imperfect without it. (pp. 457-458).

As has recently been suggested (Stillwell, 1989), the quantity i seemed unintelligible because «a square of negative area did not exist in geometry» (p. 189). Appeal to history is here fundamental. The same historian pinpoints (Stillwell, 1989):

The usual way to introduce complex numbers in a mathematical course is to point out that they are needed to solve certain quadratic equations, such as equation $x^2 + 1 = 0$. However, this did not happen when quadratic equations first appeared, since at that time there was no *need* for all quadratic equations to have solutions. Many quadratic equations are implicit in Greek geometry, as one would expect when circles, parabolas, and the like, are being investigated, but one does not demand that every geometric problem have a solution. If one ask whether a particular circle and line intersect, say, then the answer can be yes or no. If yes, the quadratic equation for the intersection has a solution; if no, it has no solution. An «imaginary solution» is uncalled in this context. (p. 189)

Indeed, the origin of i as a «solution» of the equation $x^2 + 1 = 0$ is a myth (Giusti, 1999). The context for the imaginary quantity was the solution of the *cubic* equation in the heroic age of the Italian algebra. In fact, the del Ferro-Tartaglia-Cardano solution of the cubic equation $y^3 = py + q$ is

$$y = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \text{ [...]}$$

The formula involves complex numbers when $\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3 < 0$.

However, it is not possible to dismiss this as a case with no solution, *because a cubic always has at least one real root* (since $y^3 - py - q$ is positive for sufficiently large positive y and negative for sufficiently large negative y).

Thus the Cardano formula raises the problem of reconciling a real value, found by inspection, say, with an expression of the form (Stillwell, 1989, p. 189):

$$\sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}} .$$

The first work to take complex numbers seriously was not Cardano's *Ars Magna* (1545) (in spite of the phrase «Cardano's formula»), but Rafael Bombelli's *Algebra* (1572). We will not attempt a detailed historical discussion of the solutions to this particular paradox of the cubic equation.

For us, obviously, the solution is connected with the nature of i and the geometrical explanation of the meaning of this symbol in the Wessel- Argand-Gauss geometrical interpretation (Kline, 1972; van der Waerden, 1985, 178). But this interpretation came centuries after Cardano's formula and the algebraic approach sketched in Bombelli's work! Moreover, the turning point occurred when Descartes, in his *Geometry*, merged the problem of the nature of square root of -1 with the more general problem of «demonstrating» the so-called fundamental theorem of algebra. As he wrote, every algebraic equation has many solutions as his degree, but these solutions «ne sont pas toujours réelles, mais quelquefois seulement imaginaires» (Descartes, 1637). Aptly, Giusti comments that (Giusti, 1999)

«Descartes does not explain what these imaginary roots are, and we have to intend literaliter this adjective imaginary» (p. 90); see also (van der Waerden 1985, pp. 72-75).

Be that as it may, the general development of algebra needed the consideration of numbers like $a + b\sqrt{-1}$, as Heaviside pointed out. Today, we can say that (Stillwell, 1989)

at the beginning of their history, complex numbers $a + b\sqrt{-1}$ were considered to be «impossible numbers», tolerated only in a limited algebraic domain because they seemed useful in the solutions of cubic equations. But their significance turned out to be geometric and ultimately led to the unification of algebraic functions with conformal mapping, potential theory, and another «impossible» field, non Euclidean geometry. This resolution of the paradox of $\sqrt{-1}$ was so powerful, unexpected, and beautiful that only the word «miracle» seems adequate to describe it. (p. 188)

This «miracle» is more astounding than the description of the i -story offered by Heaviside would suggest. However, Heaviside's account discloses an interesting pattern in the growth of mathematics: namely, the transition from intuition to geometrical rigour *via* a process guided by the reliance on the power of algebra, tested by some kind of «mathematical experiments».

Even more significantly, he draws a comparison between Imaginary Quantity and his Operational Calculus, in particular with the so-called fractional differentiation (Heaviside, 1899):

Now just as the imaginary first presented itself in algebra as unintelligible anomaly, so does fractional differentiation turn up in physical mathematics. It seems meaningless, and that suggests its avoidance in favour of more roundabout but understandable methods. But it refuses to be ignored. Starting from

the ideas associated with complete differentiations, we come in practice quite naturally to fractional ones and combinations. This occurs when we know unique solutions to exist, and asserts the necessity of a proper development of the subject. Besides, as the imaginary was the source of a large branch of mathematics, so I think must be with generalised analysis and series. Ordinary analysis is a specialised form of it. There is a universe of mathematics lying in between the complete differentiations and integrations. The bulk of it may not be useful, when found, to a physical mathematician. The same can be said of the imaginary lore. (pp. 459-460)

We claim that an analogous pattern can be found in the Operational Calculus or in what we call the δ -story.

3. The Driving Force of «algebraical imagination. The δ -story

It is well known that Heaviside's main contribution to science was his development and reformulation of Maxwell's Electrodynamics². It was in this context that his mathematical ideas concerning Vector Analysis and Operational Calculus arose. In both fields, Heaviside was a great *dissenter* with respect to the scientific community of his time. In what follows, we shall focus just on the Operational Calculus. In his classic article on Heaviside, sir Edmund Whittaker writes (Whittaker, 1928/1929):

We should now (1928) place the Operational Calculus with Poincaré's discovery of automorphic functions and Ricci's discovery of the Tensor Calculus as the three most important mathematical advances of the last quarter of the nineteenth century. Applications, extensions and justifications of it constitute a considerable part of the mathematical activity of to day. (p. 216)

The same source emphasizes Heaviside's discomfort caused by criticism from Cambridge mathematicians (Whittaker, 1928/1929, pp. 211-216). In hindsight, however, we can say that it was precisely his experimental conception of mathematics, so despised by his purist critics, to lead him to the definition of operational methods and to the intuition of what would later be known as Dirac's δ -function.

In the rest of this section, we are going to offer a reconstruction of Heaviside's procedure with respect to some physical issues discussed in his *EMT*. (Along the lines of Lützen, 1979, and Petrova, 1987, see also Struppa, 1983; Guicciardini, 1993), though in a somewhat different way, we shall distinguish four steps in Heaviside's procedure:

- a) operational solution
- b) algebrization

² On Heaviside's life and work see (Süsskind, 1972; Nahin, 1988; Lynch 1991).

- c) fractional differentiation
- d) impulsive function

(a) Operational solution

In *EMT* §§ 238-242, Heaviside considers a semi-infinite cable and a network with resistance operator Z in sequence, operated upon by an electromotive force E . Putting aside the self-induction in the cable, he finds that the potential $V(x, t)$ and the current $C(x, t)$ are connected by the equations:

$$-\frac{\partial c}{\partial x} = SpV, -\frac{\partial V}{\partial x} = RC \quad (1)$$

where S is the permittance, R the resistance per unit length, and p the Heaviside's notation for the differential operator $\frac{\partial}{\partial t}$. From Eqs.(1) Heaviside derives the «characteristic» or operational equation

$$\frac{\partial^2 V}{\partial^2 x} = RSpV = q^2 V \quad (2)$$

where q is defined by $q^2 = RSp$. If we treat q as a constant, the operational solution of Eq.(2) would be

$$V(x, t) = Ae^{qx} + Be^{-qx} \quad (3)$$

where A and B are arbitrary functions of t . Yet, A and B are determined from the boundary conditions at $x = 0$ and $x = \infty$ yielding

$$V(x, t) = V_0 e^{-qx} \quad (4)$$

where V_0 is the impressed electro-motive force at the end ($x = 0$). By Eq.(4), and the second equation of Eqs.(1), we get

$$C(x, t) = \frac{q}{R} V = \frac{q}{R} e^{-qx} V_0 = C_0 e^{-qx} \quad (5)$$

where C_0 is the current at the end of the cable ($x = 0$). We have also

$$C_0 = \frac{q}{R} V_0 = \left(\frac{Sp}{R} \right)^{\frac{1}{2}} V_0 \quad (6)$$

and similarly,

$$V_0 = \frac{R}{q} C_0 = \left(\frac{R}{Sp} \right)^{\frac{1}{2}} C_0 \quad (7)$$

Thus, Heaviside can write that (Heaviside, 1899) «the resistance operator is

$$\left(\frac{R}{Sp} \right)^{\frac{1}{2}} \gg \text{(p. 34)}.$$

(b) Algebrization

Now, if we put the resistance operator Z between the cable and the earth with the impressed voltage acting, we have

$$C_0 = \frac{E}{1 + Z\left(\frac{R}{Sp}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

to express the current through Z and entering the cable. As he explains, «this is because the operators are additive like resistances» (Heaviside, 1899, p. 37). Also, we have

$$V_0 = \left(\frac{R}{Sp}\right)^{\frac{1}{2}} C_0 \text{ as before; consequently, by Eq.(8) we get}$$

$$V_0 = \frac{E}{1 + Z\left(\frac{Sp}{R}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

The latter expresses V_0 , the potential at the beginning of the cable, in terms of E . If we suppose that Z is a «mere resistance» r and that the impressed force E is «constant after $t = 0$, having previously been zero» (this is the fundamental hypothesis on the *physical* interpretation of the problem; this hypothesis can be translated in mathematical language simply writing $E = H(t)$, where $H(t)$ is the so called «Heaviside's function»), we can «algebrize» Eq.(9), i.e. «convert [it] to algebraical form» (Heaviside, 1899, p. 37), by expanding in ascending powers of p :

$$V_0 = \left\{ 1 - r\left(\frac{Sp}{R}\right)^{\frac{1}{2}} + r^2\left(\frac{Sp}{R}\right) - r^3\left(\frac{Sp}{R}\right)^{\frac{3}{2}} + \dots \right\} E.. \quad (10)$$

For integral values of n , Heaviside puts $p^n E = 0$ and obtains

$$V_0 = \left\{ 1 - r\left(1 + \frac{r^2 Sp}{R} + \frac{r^4 S^2 p^2}{R^2} + \dots\right) \left(\frac{Sp}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \right\} E. \quad (11)$$

(c) Fractional differentiation

We come now to the step of fractional differentiation. Whittaker remarks (Whittaker, 1928/1929):

This is an old subject: Leibniz considered it in 1695 and Euler in 1729: and indeed it was in order to generalize the equations

$$\frac{d^n(x^k)}{dx^n} = k(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)x^{k-n} \text{ to fractional values of } n \text{ that Euler}$$

invented the the Gamma-Function (p. 213).

Since Leibniz, Johann Bernoulli and Euler times there has been an almost continuous succession of papers about fractional derivatives (Ross, 1977); but, as Whittaker says, «Heaviside seems to have known nothing of them beyond a reference of few lines in Thomson and in Tait's *Natural Philosophy*: but he carried the subject on original lines further, in some directions, than any of his predecessors» (p. 213).

Heaviside's awareness of the relevance of the problem is striking. In *EMT* (§ 225) he asserts that «*physical problems lead to improved mathematical methods*». As we proceed in extending the electrical theory, «so it is in mathematics. The fundamental notions are so simple that one might expect that unlimited developments could be made without ever coming to anything unintelligible. But we do, and in various directions» (p. 8). A typical example, as we have seen, is represented by complex numbers. But (Heaviside, 1899)

there are much more obscure and ill understood questions, such as the meaning and true manipulation of divergent series, and of fractional differentiations or integrations, and connected matters. It is customary to keep to convergent series and whole differentiations and regard divergent series and fractional differentiations as meaningless and practically useless, or even to ignore the altogether, as if they did not exist. The latter is the usual attitude of moderate and practical mathematicians, for obvious reasons. If they can be ignored, why trouble about them at all? But when these things turn up in the mathematics of physics the physicist is bound to consider them, and make the best use of them that he can. I am thinking more particularly here of the solution of the differential equations to which physicist are led by quasi-algebraical processes. [...] I suppose all workers in mathematical physics have noticed how the mathematics seems made for the physics, the latter suggesting the former, and that practical ways of working arise naturally. This is really the case with resistance operators. It is a fact that their use frequently effects great simplifications, and the avoidance of complicated evaluations of definite integrals. But then the rigorous logic of the matter is not plain! Well, what of that? Shall I refuse my dinner because I do not fully understand the process of digestion? No, not if I am satisfied with the result. Now a physicist may in like manner employ unrigorous processes with satisfaction and usefulness if he, by the application of tests, satisfies himself of the accuracy of his results. At the same time he may be fully aware of his want of infallibility, and that his investigations are largely of an experimental character, and may be repellent to unsympathetically constituted mathematicians accustomed to a different kind of work. (pp. 8-10)

In order to handle fractional differentiation, Heaviside deduces in a «purely experimental way» the «fundamental formula» (Heaviside, 1899)

$$p^{\frac{1}{2}} H(t) = (\pi)^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

where $H(t)$ «means that function of time which is zero before and unity after $t = 0$ » (p. 36). We find here the function $H(t)$, defined as $H(t) = 1$, for $t \geq 0$; $H(t) = 0$, for $t < 0$

From Eqs.(11) and (12), it follows that

$$V_0 = E - Er \left(\frac{S}{R\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{r^2 S}{2Rt} + 1 \times 3 \left(\frac{r^2 S}{2Rt} \right)^2 - \dots \right\} \quad (13)$$

As Heaviside comments (Heaviside, 1899)

when t is big enough, the only significant term is e , the final value. When t is smaller, the next becomes significant. When smaller still another term requires to be counted, and so on. But we must never pass beyond the smallest term in the series. As t decreases, the smallest term moves to the left. As it comes near the beginning of the series, the accuracy of calculation becomes somewhat impaired. When it reaches the first t term, so that the initial convergence has wholly disappeared, then we can only roughly guess the value of the series. So Eq.(13) is unsuitable when t is small enough to make the initial convergence be insufficient. (p. 38)

However, «every bane has its antidote», and amateur botanists know that «the antidote is to be found near the bane» (pp. 38-39).

In our case, the antidote is got by algebrizing Eq.(9) in «a different way», i.e. by expanding the expression in Eq.(9) in descending powers of p

$$V_0 = \left\{ \frac{R}{r^2 Sp} + \left(\frac{R}{r^2 Sp} \right)^2 + \dots \right\} \left(\frac{r^2 Sp}{R} \right)^{\frac{1}{2}} E - \left\{ \frac{R}{r^2 Sp} + \left(\frac{R}{r^2 Sp} \right)^2 + \dots \right\} E \quad (14)$$

and by applying Eq.(12), to obtain

$$V_0 = 2E \left(\frac{Rt}{r^2 S \pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{2Rt}{3r^2 S} + \frac{1}{3 \times 5} \left(\frac{2Rt}{r^2 S} \right)^2 + \dots \right\} - E \left(\exp \frac{Rt}{r^2 S} - 1 \right) \quad (15)$$

We see now that «we can calculate V_0 conveniently when t is small». But, as adds Heaviside (Heaviside, 1899), «(15) is bad when t is big. Then we may consider (15) the bane, and (13) the antidote. They are complementary, though not mutually destructive» (p. 39).

(d) The impulsive function

As we saw in (c), Heaviside puts $p^n E = p^n H(t) = 0$. However, as Lützen remarks (Lützen, 1979), «in other connections [...] he often showed a deeper understanding of $p^n H(t)$ considering it the ‘function’ similar to what we denote by δ^{n-1} » (p. 174). For instance, in EMT § 249 (Heaviside, 1899) he considers the «interesting and instructive case» which arises «when the impressed force at the beginning of the cable, inserted between it and earth, is variable whit the time in a certain way» (p. 54). Let the impressed force be given by

$$E = Q \left(\frac{R}{S \pi t} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Where Q is a constant charge. For $t < 0$ the cable is to be understood uncharged. Obviously, the potential V_0 is raised to the value E , i.e.

$$V_0 = Q \left(\frac{R}{S \pi t} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

From the definition of q^2 and from (12), it is easy to obtain

$$V_0 = \frac{qQ}{S} \quad (18)$$

Now we can find the current entering the cable due to the impressed force. By Eq.(5), this is

$$C_0 = \frac{q}{R} V_0 = \frac{q^2}{RS} Q = pQ \quad (19)$$

where the second equation arises by Eq.(18), and the third by the definition of q^2 . Heaviside is thus led to conclude that (Heaviside), «since Q is constant for any finite value of time, the result is zero. That is, there is no current entering the cable under the action of the continuously-present impressed force at any finite value of the time» (pp. 54-55).

Even more important is his remark (Heaviside, 1899):

Is it nonsense? Is it an absurd result indicating the untrustworthy nature of the operational mathematics, or at least indicative of some modification of treatment being desirable? Not at all. [...] We have to note that if Q is any function of the time, then pQ is its rate of increase. If, then, as in the present case, Q is zero before and constant after $t = 0$, pQ is zero except when $t = 0$. It is then infinite. But its total amount is Q . That is to say, $p\mathbf{1}$ means a function of t which is wholly concentrated at the moment $t = 0$, of total amount 1. It is an impulsive function, so to speak. The idea of an impulse is well known in mechanics, and it is essentially the same here. Unlike the function $p^{1/2} \mathbf{1}$ [$\mathbf{1} = H(t)$], the function $p\mathbf{1}$ does not involve appeal either to experiment or to generalized differentiation, but involves only the ordinary ideas of differentiation and integration pushed to their limit. Our result $C_0 = pQ$ therefore means that an impulsive current, that is a charge, is generated by the impressed force at the first moment of its application; that the amount of the charge is Q , and that there is no subsequent current. It is the same as saying that the charge Q is instantaneously given to the cable at its beginning, which charge then spreads itself without loss anything. (pp. 54-55)

It is obvious for us to find in this description a very interesting «mathematical object», i.e. Dirac's « δ -function» (Dirac, 1947). We also know the «happy end» of the story, i.e. the rigorous reformulation of Operational Calculus (Lützen, 1979), for example in the context of Laurent Schwartz's distribution theory (Schwartz, 1966)³. Moreover, the «discovery» of « δ -function» by Heaviside in EMT is not the *first* discovery of it (Lützen, 1982). Yet, Heaviside's presentation is perhaps the most striking formulation before Dirac's, and it shades light on the relevance of the physical and / or technological context.

³ As Synowiec remarks (Synowiec, 1983), not only did Schwartz write (Schwartz, 1945) the «first systematic paper» on the theory of distributions, which «already contained most of the basic ideas, but he also wrote expository papers on distributions for electrical engineers (1948)».

4. Some conclusive remarks

In spite of their different origins, the δ -story parallels the i -story (as Heaviside himself remarks). As mentioned before, the Cambridge mathematicians rejected Heaviside's procedures, i.e. «demonstrations» like sequence (1)-(19); they were less than satisfied by Heaviside's justification of it, according to which «the use of operators frequently effects great simplifications, and the avoidance of complicated evaluations of definite integrals» (Heaviside, 1899, p. 9). (For the refusal from «pure» mathematicians see also Hunt, 1991; Guicciardini 1993).

Yet, as Lützen (1982, p. 120) notes, Heaviside's polemic was not only just directed against Cambridge mathematicians but also against some *engineers* and technological people who might on the one hand be inclined to accept Heaviside's appeal to physical intuition, but were suspicious of his algebraic imagination on the other. Paraphrasing Lakatos, we can say that this fact is not just an historical oddity: it is also a sign of the *quasi-empirical* character of Heaviside's procedures. His apology on «the derivative of the H -function» reveals that in Heaviside's mathematical practice (and also in his idea of science), mathematics grows moving from physics (this is its *empirical* character), but proceeds by using «algebraical» tools in a novel way, stretching (in Lakatos' sense) – or «pushing to their limit» (in Heaviside's words) – standard concepts for new applications, and eventually testing the whole thing with mathematical experiments (this is its *quasi-empirical* character, and the emphasis on «quasi» now is crucial). He writes (Heaviside, 1899):

It may be remembered that I have insisted upon the definiteness and fullness of meaning of an operational solution, and that it contains within itself not only the full statement of the problem, but also its solution. No external aid is therefore required to algebraise it fully; no assumption, for instance, of a special type of solution, and that the solution is the sum of a number of that type, with subsequent determination of the constants required to complete the matter. The work of satisfying the imposed conditions has been done already. The conversion to algebraical or quantitative form may be easy or hard, self-evident or very obscure. But in any case it is possible, by the prior construction of the operational solution. Thus, the conversion furnishes a distinct subject of study which is of great practical value from the physical standpoint. As regards finding out how to effect the conversion, that is a matter principally of observation and experiment, and is in a great measure independent of logical demonstrations. It is the How, rather than the Why, with which we are mainly concerned in the first place; though, of course, parts of the Why cannot fail to be perceived in the course of examination of the How. A complete logical understanding of the subject implies the existence of a full theory to account for why certain ways of working are successful, and others not. It is important to note that it is just the same in the mathematical research into unknown regions as in experimental physical research. Observations of facts and experiments come first, with merely tentative suggestions of theory. As the subject opens out, so does the theory improve. But it can only become logical when the subject is very well known indeed, and even then it is bound to be only imperfectly logical, for the reasons mentioned at the beginning of this volume. I feel inclined to be rather emphatic on the matter of the use of

experiment in mathematics, even without proper understanding. For there is an idea widely prevalent [...] that in mathematics, unless you follow regular paths, you do not prove anything; and that you are bound to fully understand and rigorously prove everything as you go along. This is a most pernicious doctrine, when applied to imperfectly explored regions. Does anybody fully understand anything? (pp. 122-123)

It is important to stress that «full understanding» may be impossible (as Lakatos says: in theory, research never ends). Nevertheless, this kind of quasi-empiricism in mathematics is a good tool for understanding, i.e. representing and intervening in the constitution of a mathematical object. For example, consider that the final (*for us*) part of the δ -story is not only some standard distribution theories (Sobolev spaces, Schwartz's theory, etc.), but reformulations of «the derivative of the H -function» in the context of Robinson's non-standard analysis (e.g. see Robinson, 1966) or another version of it.

Well, as in the case of Imaginary Quantity, in this case as well the starting point was a typical method of quasi-empirical mathematics offering «demonstrations» – and only *after* mathematicians were able to find rigorous «proofs»⁴.

Still, even here we can talk of mathematical facts (in Le Roy's sense), namely the required properties of the «derivative of the H function»⁵.

Moreover, the *results* obtained by Heaviside's «experimental method» are mathematically correct! Subsequent «rigorizations» have explained the reason why, connecting the Operational Calculus with other topics in mathematics and physics which form the context of the «prehistory» (see Lützen, 1982, pp.163-165) of the rigorous theory of distributions (see Schwartz, 1966); (for a more general context see Dieudonné, 1970, 1975).

⁴ Demonstration (from Latin demonstratio) means (i) «the action of showing forth or exhibiting», (ii) «the action or process of [...] making evident by reasoning», (iii) the «explanation of specimens and practical operations», (iv) and also «a public manifestation». While proof (late Latin proba, old French prouve and Italian prova or pruova) means «evidence sufficient (or contributing) to establish a fact or produce belief in the certainty of something» (OED).

⁵ «Four different definitions or characteristic properties were mentioned in the literature before 1945:

$$\delta(x) = \frac{\partial}{\partial x} H(x);$$

$$\delta(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \text{ or } \delta = \sum_{n \rightarrow 0}^{\infty} f_n \text{ for suitable functions } f_n;$$

$$\delta(x) = 0 \text{ for } x \neq 0, \text{ and } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a)f(x)dx = f(a), \text{ or } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)f(x)dx = f(0)». (Lützen, 1982, p. 130)$$

This is also the case for Dirac's δ in the non-standard analysis (e.g. see Giorello, 1973).

Thus, the rigid opposition between discovery and invention is, with respect to mathematics, misleading; moreover, the picture of the growth of mathematics as «quasi-empirical» in Le Roy's or in Lakatos' sense is not so narrow as a simple step-by-step translation from mathematical language to physical language may suggest. If we look at the history of mathematical practice, both the *i*-story and the δ -story demonstrate that we have many layers of abstractions from scientific practice (physical or mathematical, for instance); for every layer, new objects obtained by abstraction are checked or tested by *results* or *needs* coming from former levels (*a contrario* evidence): think of the charge against Heaviside by engineers worried about *too much* «abstraction»! These engineers simply misunderstood the nature of Heaviside's «experimental» method, that is, the quasi-empirical pattern in the growth of mathematics.

If engineers in the 19th Century Britain feared that algebraic imagination could «pervert» their own practice, in the 20th Century some «pure» mathematicians maintained that mathematics «may be compared to a game – or rather an infinite variety of games» (Stone, 1961): two faces of the same picture! Yet, the story we have told shows that quasi-empiricism aims at reinstating into mathematics some «content». We insist that the prefix *quasi* is here the crucial term, because empiricism in Heaviside's sense needs a «whiff» of dialectics (Lakatos, 1976b; Motterlini, 2000; Lützen, 1982) in order to qualify the same idea of *experience* (consider *l'expérience mathématique* in Le Roy's sense).

In «experimental mathematics» (in Heaviside's terminology) we find a starting point for considering mathematical experience as a continuum which has as its poles motives coming from physics, technology, and so on, on the one hand, and «mathematical facts» apparently belonging in the domain of «pure mathematics», on the other.

Now, at least in some cases (e.g. distribution theory, functional analysis, but also Calculus, variation theory, differential equations, and so on), highly sophisticated mathematical methods give generality and soundness precisely to those original «experimental» methods that we have described. This move, moreover, seems to correspond in some aspects to the classical request of «geometrical rigour» in the *i*-story.

Ricerca scientifica e libertà politica

Algebraic Imagination and Geometrical Rigour.

by Giulio Giorello and Luca Guzzardi⁶

1. Poincaré e il valore della scienza

È in virtù della scienza e dell'arte che hanno valore le civiltà. Ci si è meravigliati della formula: *la scienza per la scienza*; ma vale più dell'altra: *la vita per la vita*, se la vita non è che miseria; e anche dell'altra: *la felicità per la felicità*, se si crede che tutti i piaceri siano della stessa qualità [...]. Ogni azione deve avere uno scopo. Dobbiamo soffrire, dobbiamo lavorare, dobbiamo pagare il biglietto, ma per assistere allo spettacolo; o almeno perché gli altri possano un giorno assistervi. Tutto ciò che non è pensiero è puro nulla. E invero, non ci è dato pensare che il pensiero e tutte le parole di cui disponiamo per parlare delle cose non possono esprimere che pensieri; dire che vi è qualcosa di diverso dal pensiero è dunque un'affermazione che non può avere senso. E tuttavia – strana contraddizione per quelli che credono al tempo – la storia geologica ci mostra che la vita non è che un breve episodio tra due eternità di morte, e che, in questo stesso episodio, il pensiero cosciente non è durato e non durerà che un momento. Il pensiero non è che un lampo in mezzo a una lunga notte. Questo lampo, però, è tutto.⁷

Così il grande matematico e fisico (nonché filosofo) Jules-Henri Poincaré, che tra i suoi numerosissimi meriti annovera quello di aver esplorato le basi matematiche della relatività – sia ristretta sia generale – indipendentemente da Albert Einstein⁸.

Paiono qui essenziali tre aspetti:

- 1) l'asserzione del valore civile dell'impresa tecnico-scientifica;
- 2) l'affermazione dell'ineludibilità del pensiero;
- 3) il riconoscimento della finitezza umana come condizione della responsabilità.

A prima vista, sembrerebbe difficile coniugare la dichiarazione del valore civile della scienza (vedi 1) con il motto, all'apparenza politicamente disimpegnato, «la scienza per la scienza». Però, non abbiamo qui a che fare con un ingenuo appello a una qualsivoglia «fede» nella scienza (anche se Poincaré è stato talvolta frainteso

⁶ Luca Guzzardi è nato a Como nel 1975. Si è laureato e ha conseguito il dottorato presso l'Università degli Studi di Milano. Si occupa di storia e filosofia della scienza e svolge la propria attività di ricerca presso l'INAF Osservatorio Astronomico di Brera. È stato visiting scholar presso l'Universität der Bundeswehr di Monaco di Baviera, la Ludwig-Maximilian-Universität e l'Istituto di ricerca del Deutsches Museum della medesima città. Fra le sue pubblicazioni, oltre a numerosi saggi sulla storia della fisica del XIX secolo, le edizioni critiche di saggi di Ernst Mach e del poema *Les Eclipses* di Ruggiero Bosovich si ricorda il libro *Lo sguardo muto delle cose. Oggettività e scienza nell'età della crisi* edito da Cortina nel 2010.

⁷ JULES-HENRI POINCARÉ, *Il valore della scienza*, ed. it. a cura di G. Polizzi, la Nuova Italia, Firenze, 1994, pp. 197-198.

⁸ Per un raffronto tra l'approccio di Poincaré e quello di Einstein vedi il bel volume di P. GALISON, *Gli orologi di Einstein e le mappe di Poincaré*, tr. it., Raffaello Cortina, Milano, 2004. Vedi anche l'ormai classico E. ZAHAR, *Einstein's Revolution. A Study in Heuristic*, Open Court, La Salle, (Ill.) 1989, in particolare il capitolo 5, testo che peraltro non sminuisce l'originalità e la profondità delle idee di Einstein.

proprio su questo punto). Piuttosto, Poincaré sottolinea, con le consuete intelligenza e chiarezza, come solo nella e dalla pratica tecnico-scientifica la ricerca tragga alimento e giustificazione. Per il matematico francese è ovvio che «ogni azione deve avere uno scopo» e dunque lo scopo della scienza non può che essere la scienza stessa. Si tratta di un circolo *vizioso*? No, semmai *virtuoso*: è nella pratica che prende corpo lo spirito critico che rende al contempo «fallibile», ma non vano, ogni nostro tentativo di comprensione e di azione nel «mondo della natura» – un mondo che, piaccia o non piaccia, include il mondo dell'uomo. In questo senso è davvero ineludibile l'atteggiamento critico che contraddistingue la crescita della conoscenza scientifica. La congiunzione dei tre punti 1, 2, 3 consente di ritrovare le radici naturali del pensiero e di innestare l'intera vicenda umana nel quadro più generale della storia dell'Universo.

2. Probabilismo e fallibilismo

Abbiamo usato l'aggettivo «fallibile» non a caso. Più o meno nel periodo in cui Poincaré maturava la sua concezione del valore della scienza, l'americano Charles Sanders Peirce delineava una coerente dottrina del fallibilismo.

Così scriveva:

Tutto il ragionamento positivo consiste per natura nel giudicare la proporzione di qualcosa all'interno di un'intera collezione per mezzo della proporzione trovata in un campione. Di conseguenza, vi sono tre cose che non possiamo mai sperare di raggiungere con il ragionamento, ovvero la certezza assoluta, l'esattezza assoluta, l'universalità assoluta. Non possiamo essere assolutamente certi che le nostre conclusioni siano anche approssimativamente vere, in quanto il campione porrebbe essere completamente diverso dal resto della collezione. Non possiamo pretendere di essere neppure probabilmente esatti, in quanto il campione non consiste che di un numero finito di esempi e ammette soltanto valori particolari della proporzione cercata. Infine, anche se potessimo stabilire con certezza ed esattezza assolute che il rapporto tra uomini peccatori e tutti gli uomini è di 1 a 1, resterebbe ancora spazio tra le generazioni infinite degli uomini, per un qualche numero finito di uomini senza peccato, senza per questo violare la proporzione.⁹

Questa analisi del problema dell'induzione (cioè dell'estrapolare dal «campione» l'intera collezione che ci interessa), che nulla ha da invidiare a quella classica di David Hume, è una premessa per quell'atteggiamento probabilistico e «relativistico» che contraddistingue una parte notevole del pensiero critico del Novecento¹⁰, a

⁹ C.S. PEIRCE, *Fallibilism, Continuity and Evolution* (1897); trad. it. parziale, *Filosofia della scienza*, a cura di G. Boniolo, M.L. Dalla Chiara, G. Giorello, C. Sinigaglia, S. Tagliagambe, Raffaello Cortina, Milano, 2002, pp. 77-78.

¹⁰ Non esclusa la stessa filosofia della scienza delineata da Poincaré, il quale nel suo *La scienza e l'ipotesi* (1902) dichiarava: «il metodo delle scienze fisiche poggia sull'induzione, in virtù della quale ci attendiamo la ripetizione di un fenomeno quando si riproducono le circostanze in cui aveva avuto origine la prima volta». Accadrà mai che

cominciare dai pragmatismi americani per finire con le tesi formulate dal matematico italiano Bruno de Finetti in *Probabilismo* (1931). In questa sede sarà sufficiente delineare una delle conclusioni di Peirce circa la portata del fallibilismo:

A dir la verità quasi chiunque lo darà per buono finché non comincerà a rendersi conto di ciò che è implicito in quell'assunto – e allora molti si tireranno indietro. Non sarà ammesso da persone del tutto incapaci di riflessione filosofica. Non sarà ammesso appieno da quegli spiriti imprenditoriali che si sono sviluppati esclusivamente nella direzione dell'azione e che sono abituati a rivendicare un'infallibilità pratica nelle questioni di affari. Questi uomini ammetteranno l'inevitabile fallibilità di ogni opinione con una certa prontezza, ma faranno sempre un'eccezione per le loro. La dottrina del fallibilismo sarà anche negata da chi teme le sue conseguenze nella scienza, nella religione e nella moralità.

Ma mi prenderò la licenza di dire a questi signori piuttosto conservatori che, per quanto competenti possano rivelarsi nel dirigere gli affari di una chiesa o di qualche altra corporazione, è meglio che non tentino di gestire nello stesso modo la scienza. Il conservatorismo – nel senso del terrore per le conseguenze – è totalmente fuori luogo nella scienza, che al contrario è sempre stata spinta in avanti dai radicali e dal radicalismo, nel senso dell'impazienza di portare le conseguenze all'estremo. Non però da un radicalismo arcisicuro, bensì da un radicalismo che tenta esperimenti.¹¹

La qualificazione «che tenta esperimenti» è essenziale. Un punto di vista «arcisicuro» significherebbe che la ricerca ha una fine! Ma come osservava Bruno de Finetti in un saggio scritto nel 1934 ma pubblicato solo nel 2006 (*L'invenzione della verità*), quella sicurezza sarebbe dannosa sia per i filosofi sia per gli scienziati: per i filosofi che si cullerebbero nell'illusione di aver trovato una verità definitiva; per gli scienziati che smetterebbero semplicemente di [...] investigare. Ma de Finetti chiariva subito che questa sua critica

non pretende di dimostrare l'impossibilità di giungere a una verità che non abbia mai più bisogno di ritocchi: un simile intento sarebbe contraddittorio, ché esso consisterebbe proprio nello stabilire una tale verità. Vuol mostrare invece quanto siano facili le illusioni e mettere in guardia contro di esse, vuol sconsigliare l'inutile imprudenza di farsi garanti di una certa concezione per tutta l'eternità, quando il domani può smentirla, e quando il suo successo dipende dall'intrinseca sua capacità di affermarsi e durare in un certo periodo, capacità che non si può modificare, come con un colpo di bacchetta magica, con il semplice espediente di conferirle la qualifica di «verità assoluta».¹²

«tutte queste circostanze [possano] essere riprodotte insieme?» Alcune di esse «mancheranno sempre. Siamo assolutamente sicuri che esse siano prive di importanza? [...] Ciò potrà essere verosimile, ma non potrà essere mai rigorosamente certo». Ecco perché «in una miriade di circostanze il fisico si trova nella stessa posizione del giocatore che valuta le sue *chances*. Ogni volta che ragiona per induzione, egli fa più o meno inconsapevolmente uso del calcolo delle probabilità» (J.H. POINCARÉ, *La scienza e l'ipotesi*, ed. it. a cura di C. SINIGAGLIA, Bompiani, Milano, 2003, pp. 8-9, pp. 270-271). Ma vedi anche la trattazione contenuta in I. HACKING, *Introduzione alla probabilità e alla logica induttiva*, trad. it. di G. Rigamonti, il Saggiatore, Milano, 2005, in particolare capp. 19, 20 e 21.

¹¹ C.S. PEIRCE, *Fallibilism, Continuity and Evolution*, cit., p. 80.

¹² B. DE FINETTI, *L'invenzione della verità*, Raffaello Cortina, Milano, 2006, p. 72. Sulle circostanze che hanno spinto de Finetti a tenere quel saggio «nel cassetto» e su quelle che hanno portato alla tardiva pubblicazione si veda l'*Introduzione* a DE FINETTI, *L'invenzione della verità*.

E de Finetti concludeva, con spirito genuinamente pragmatistico, «che conviene abbracciare il punto di vista favorevole alla possibilità indefinita di progresso» (*ibidem*), in quanto teneva vantaggiosamente aperta la ricerca ed evitava i danni della stagnazione. Come il lettore avrà avuto modo di constatare, le tesi relativistiche di questo paragrafo risalgono al dibattito intellettuale del primo Novecento (come mostra l'impiego del termine relativismo nelle opere citate di Bruno de Finetti) – e poco o nulla hanno a che fare con quel feticcio filosofico, quella caricatura di «relativismo» per cui non ci sarebbe più verità. Un feticcio che oggi è strumentalmente utilizzato da leader religiosi, filosofi oggettivisti e ricercatori «scientifici» nostalgici della Verità con la maiuscola, a fini di polemiche tipicamente ideologiche¹³. Si tratta di un miscuglio alquanto composito di personaggi tra cui spiccano, per dogmatismo e ostinazione, i maniaci del «naturale», per i quali vedi al successivo paragrafo 5.

3. Contro «l'eterna minorità»

Le sollecitazioni che ci vengono dalle pagine di Poincaré e di Peirce che abbiamo richiamato nei paragrafi precedenti ci permettono oggi di fare giustizia di due equivoci ricorrenti nella pubblicistica filosofica (e altrove):

- a) la sterile contrapposizione tra scienza pura e scienza applicata;
- b) la non meno sterile discussione circa il valore culturale dell'impresa scientifica.

Quanto al punto a) sarà sufficiente osservare che la richiesta che una ricerca dia frutti in tempo utile è semplicemente insensata: che cosa riteniamo, infatti, per «tempo utile», o meglio, *chi* mai può fissare la soglia temporale entro cui valutare l'utilità di un'acquisizione scientifica? Qualunque vincolo sarebbe semplicemente arbitrario, e per di più inutile! (Si veda l'osservazione di Bruno de Finetti con cui abbiamo concluso il paragrafo 2). E d'altra parte, l'arbitrario ricorso a un vincolo del genere, al pari dell'insistenza sulla distinzione fra teoria e pratica, è spia non solo di un atteggiamento insopportabilmente autoritario, ma pure del misconoscimento del significato culturale dell'impresa scientifica e della sua intrinseca natura civile (si veda il punto 1, evidenziato nel paragrafo 1). È appena il caso di menzionare qui l'idea crociana delle teorie scientifiche come mere «ricette» economiche, quella marxiana (o meglio, «bolscevica» – più stalinista che leninista) di un sapere scientifico sottomesso inesorabilmente allo sviluppo delle «forze produttive», quella heideggeriana di una meccanicità tecnico-scientifica incapace di pensar l'essere ecc. Tutti questi fraintendimenti non tengono conto che l'impresa scientifica permette di

¹³ Valga per tutti G. ISRAEL, *Chi sono i nemici della scienza?*, Lindau, Torino, 2008, in particolare pp. 169 sgg.

cogliere al meglio il tratto essenzialmente pratico, e per ciò stesso etico, di ogni atteggiamento teorico, persino di quello più astratto e lontano dagli interessi comuni¹⁴. Il fatto poi che in questi ultimi anni tali abbagli siano tornati di moda, specie presso filosofi timorosi dell'impresa tecnico-scientifica, non li tramuta per questo in argomenti cogenti, anzi...

Se ci è lecito un riferimento alle cronache, possiamo anche dire che siamo stanchi della solita congiunzione (o contrapposizione) tra *scienza e cultura*.

Manca un accento: la scienza è cultura, con buona pace di tutti coloro che la vedono subordinata a questa o quella disciplina – filosofica, politica o religiosa che sia. Non stiamo, con questo, sostenendo che la scienza sia una costruzione monolitica, garantita da un progresso per così dire senza avventure; al contrario, ci pare colga nel segno il fisico Freeman Dyson (2009), per cui «la scienza è un mosaico di visioni parziali e conflittuali». I cosiddetti *limiti della scienza* non sono altro che i limiti di quei programmi di ricerca che innervano le varie «visioni». Ma, aggiunge Dyson (*ibidem*), «in tutte queste visioni c'è un elemento comune: la ribellione contro le restrizioni imposte dalla cultura localmente dominante»¹⁵. Qualcuno potrebbe obiettarmi: «Allora, hai dimostrato che la scienza è semmai *controcultura*». E con questo? Una controcultura è, ovviamente, *cultura* – e tanto meglio se essa ci sbarazza da un coacervo di inutili o dannose superstizioni. E su *limiti e superstizioni* torna opportuno il riferimento a Immanuel Kant, il quale, rispondendo alla domanda «Che cos'è l'Illuminismo?», invitava a considerare le regole e le formule che pretendono di fissare in maniera meccanica un uso razionale delle disposizioni naturali (se non il loro abuso!) come «Ceppi di un'eterna minorità»¹⁶.

In quest'ottica è pertinente la glossa al testo kantiano di Michel Foucault, il quale esortava a non soggiacere al ricatto di chi ci chiede di schierarci pro o contro la ragione (la scienza) in nome di una fede qualsiasi: «Non so se oggi si debba dire che il lavoro critico implica ancora la fede nell'Illuminismo; credo che comporti sempre il lavoro sui nostri limiti, vale a dire una paziente fatica che dia forma alla nostra impazienza per la libertà»¹⁷.

4. Autonomia illuministica: un caso storico

¹⁴ Vedi, invece, sul nesso *teoria / pratica* S. MORINI, *Teoria / pratica*, in *Enciclopedia*, XIV, Einaudi, Torino, 1981, pp. 167-198.

¹⁵ E. DYSON, *Lo scienziato come ribelle*, trad. it. a cura di L. SOSIO, Longanesi, Milano, 2009, p. 19.

¹⁶ I. KANT, *Che cos'è l'Illuminismo?*, ed. it. a cura di N. MERKER, Editori Riuniti, Roma, 1987.

¹⁷ M. FOUCAULT, *What is Enlightenment?*, in *The Foucault Reader*, a cura di P. Rabinow, Pantheon Books, New York, 1984, pp. 32-50; trad. it. in *Archivio Foucault*. III. 1978-1985. *Estetica dell'esistenza, etica, politica*, a cura di A. Pandolfi, Feltrinelli, Milano, 1998, p. 232.

La richiesta di autonomia per la ricerca (non solo scientifica) evidenziata da Foucault caratterizza la scienza moderna fin dal suo primo costituirsi nel Seicento attorno a un nuovo tipo di istituzioni. Dal XII al XVI secolo le Università, originariamente associazioni di individui dediti allo studio e all'insegnamento (*universitates magistrorum et scholarium*, secondo il modello parigino) oppure al semplice studio (*universitates scholarium*, secondo il modello bolognese), si erano affermate come luoghi di elaborazione e trasmissione del sapere¹⁸. Tale ruolo egemone doveva subire grandi cambiamenti in seguito alla rivoluzione scientifica. Nonostante numerose e non piccole differenze fra i vari paesi europei, fra Cinquecento e Seicento le Università avevano cessato in tutto il continente di essere il principale centro propulsivo della crescita della conoscenza, cedendo il passo in tale funzione alle Accademie. Per dirla con Paolo Rossi, «la scienza» si era ormai trasformata «in una attività sociale organizzata e si dette sue proprie istituzioni»¹⁹; non solo istituzioni per la diffusione del sapere, ma soprattutto istituti *di ricerca*: «luoghi dove venivano scambiate informazioni, discusse ipotesi, analizzati e realizzati in comune esperimenti, soprattutto emessi valutazioni e giudizi su esperimenti e memorie presentare dai soci e da individui esterni al gruppo»²⁰.

In pieno Settecento Girolamo Tiraboschi, uno dei primi storici della letteratura italiana, qualificava le accademie come «società di uomini eruditi, stretti fra loro con certe leggi a cui essi medesimi si soggettano, che radunandosi insieme si fanno disputare su qualche erudita questione, o producono e sottomettono alla censura dei loro colleghi qualche saggio del loro ingegno e dei loro studi»²¹. Se la genesi di tale concetto è umanistica, la massima espressione di queste libere associazioni di persone, la cui unica finalità è la discussione spregiudicata di ipotesi, conoscenze, tecniche e pratiche del sapere, s'incarna nelle accademie scientifiche dell'età moderna.

Circa un secolo prima di Tiraboschi, ripercorrendo la storia dei primi anni di attività della grande accademia scientifica inglese, la Royal Society, Thomas Sprat (uno dei suoi membri più eminenti) ricordava come vi fossero «liberamente ammessi individui di religioni, paesi e professioni differenti [...]. Infatti, costoro professano

¹⁸ Vedi *Le origini dell'Università*, a cura di G. Arnaldi, Il Mulino, Bologna, 1974, in particolare pp. 33-84.

¹⁹ P. ROSSI, *Introduzione. Le istituzioni e le immagini della scienza*, in *Storia della scienza moderna e contemporanea*. I. *Dalla rivoluzione scientifica all'età dei lumi*, dir. P. ROSSI, UTET, Torino, 1988, pp. 3-30 e p. 8.

²⁰ P. ROSSI, *ibidem*.

²¹ Su Tiraboschi e il concetto di accademia fra Seicento e Settecento vedi A. QUONDAM, *La scienza e l'Accademia*, in *Università, accademie e società scientifiche in Italia e in Germania dal Cinquecento al Settecento*, a cura di L. Boehm, E. Raimondi, il Mulino, Bologna, 1981, pp. 21-67, in particolare pp. 22-24.

apertamente di non posare le fondamenta di una filosofia *inglese, scozzese, irlandese, papista o protestante*, bensì quelle di una filosofia del *genere umano*»²².

Da ecclesiastico di alto rango nella gerarchia della Chiesa d'Inghilterra (era vescovo di Rochester), Sprar negava che la dottrina e la disciplina anglicane – o di qualsiasi altra *denomination* – ne sarebbero state danneggiate. All'opposto, probabilmente avrebbero «tratto non poco vantaggio da una regolare disputa (*contention*) e dall'incontro (*incounter*) con altre confessioni (*Sects*)»²³. Quanto alle differenze di nazionalità, Sprat si augurava che la Royal Society divenisse la «*banca generale e il porto franco del mondo*», cavando «le diverse eccellenze (*excellencies*)» da ciascun paese:

La Royal Society non si è fatta alcuno scrupolo di ricevere tutti gli stranieri assetati di sapere (*inquisitive*) di ogni paese, per quanto numerosi. E in tal senso si è agito incessantemente e con particolare rispetto, sicché costoro non sono stati obbligati a pagare degli oneri: ci si è preoccupati che alcuni membri della Società li assistessero nell'interpretare tutto ciò che accadeva nelle assemblee pubbliche; è stato loro consentito di accedere liberamente ai registri, e a tale riguardo li si è invitati a comunicare cose singolari verificarsi in terra straniera rivelando le loro stesse scoperte.²⁴

Anche accogliere individui di tutte le professioni, a parere di Sprar, aveva i suoi vantaggi: se, da un lato, permetteva di superare la preminenza che teologia, giurisprudenza e medicina avevano assunto nel *cursus studiorum* tradizionale (mantenuto pressoché invariato nell'organizzazione delle Università del Cinquecento e del Seicento, contro cui Sprar polemizza), «l'altro beneficio è che, grazie all'equilibrio uniforme di tutte le professioni, nessuna in particolare opprimerà le altre»²⁵.

Si noti che *cattiva scienza*, per Sprat, è anzitutto *cattivo metodo*: è scienza che si sottrae alla discussione pubblica, ritraendosi nelle «*scholae*» anziché fiorire nei laboratori e sottraendosi al confronto con le metodologie e le acquisizioni più disparate – una polemica che doveva venire ripresa a fine Ottocento da Ernst Mach nei confronti del meccanicismo o di qualsiasi dottrina volesse imporsi come visione unica del mondo. Al contrario, Mach doveva obiettare che «la meccanica non è il *fondamento* e nemmeno una *parte* del mondo, bensì un aspetto di esso» – un aspetto cui se ne aggiungono altri che potrebbero offrire prospettive inedite e irriducibili sul

²² T. SPRAT, *The History of Royal Society of London For the Improving of Natural Knowledge*, edited with critical apparatus by J.I. Cope, H.W. Jones, Routledge and Kegan Paul, London, 1959 (1° ed. London 1667; riproduzione anastatica del testo dell'edizione Samuel Chapman, London, 1722), pp. 62-63. Oltre all'*Introduzione* (1959) di Cope e Jones al volume di Sprat, sui rapporti fra l'alto prelato di Rochester e la Royal Society vedi anche P. ROSSI, *Il tempo dei maghi. Rinascimento e modernità*, Raffaello Cortina, Milano, 2006.

²³ T. SPRAT, *The History of Royal Society of London For the Improving of Natural Knowledge*, p. 64.

²⁴ *Ivi*, pp. 64-65.

²⁵ *Ivi*, p. 66.

mondo²⁶. Per dirla ancora con Sprat, se la filosofia naturale (cioè la scienza) venisse lasciata ai «meccanici», essa parlerebbe unicamente di ruote, pesi e ingranaggi, mentre i medici, lasciati a loro stessi, prenderebbero in considerazione quasi esclusivamente il corpo umano con le sue malattie, le cause e i rimedi contro di esse²⁷. La libertà di discussione rivendicata dai membri della Royal Society («questa libertà che essi utilizzano nell'accettare ogni aiuto»)²⁸ è piuttosto libertà di discutere e mettere a confronto tradizioni differenti e magari in conflitto, tenendo separato l'ambito dello studio della natura «dai colori della *retorica*, dagli stratagemmi della *fantasia*, dai deliziosi raggiri delle *favole*»²⁹.

5. Merce costosa

Per la Royal Society la libertà non era unicamente un *fatto privato* di deontologia professionale del singolo scienziato. Era stata *pubblicamente* riconosciuta come «buona pratica» (*best practice*, diremmo oggi, attribuendole valore di standard cui uniformarsi) dal potere politico al momento dell'istituzione della Società da parte del re Carlo II, che l'aveva ufficialmente costituita a Londra il 15 luglio del 1662. Oltre a insediare il Consiglio e a nominare il primo Presidente (organismi che, si stabiliva, in seguito sarebbero dovuti venire eletti per cooptazione entro la Società stessa, senza l'intervento di autorità politiche esterne), il re dichiarava:

A tale società è garantita la libertà (*Libertie*) di indire e tenere legittimamente incontri dei suoi membri per la ricerca e la scoperta delle cose della natura, e di operare transazioni o altri affari legati a tale società, quando e quante volte si renda necessario, in qualsiasi collegio, sala o luogo appropriato a Londra, o comunque entro una distanza di dieci miglia da qui.³⁰

Dunque, non solo laicità della ricerca tecnico-scientifica rispetto alle tradizioni religiose (e viceversa), ma anche *laicità dello stato rispetto all'impresa scientifica!* Tradotto nella pratica (e nell'attualità), ciò significa il riconoscimento da parte del

²⁶ E. MACH (1883), p. 495. Così si esprimeva già E. MACH, *La storia e la radice del principio di conservazione del lavoro* (1872), trad. it. in E. MACH, *Scienza tra Storia e Critica*, a cura di L. Guzzardi, Polimetrica, Monza, 2005, pp. 82-83 circa l'origine del principio di conservazione dell'energia: «Quali fatti si vogliono far valere come fatti-base, a quali ci si arresti sicuri e quieti, dipende dall'abitudine e dalla storia[...]. Se oggi si crede che i fatti meccanici siano più comprensibili di altri, che essi potrebbero insegnarci il fondamento per altri fatti fisici – bene, ci si inganna. E dipende dal fatto che la storia della meccanica è più antica e ricca di ogni altra della fisica, e che con i fatti meccanici siamo in confidenza da più lungo tempo. Chi mai può dire che prima o poi i fenomeni elettrici e termici non ci appaiano in modo simile, una volta conosciute le loro più semplici regole e essere entrati in confidenza con loro?».

²⁷ T. SPRAT, *The History of Royal Society of London For the Improving of Natural Knowledge*, p. 66.

²⁸ *Ivi*, p. 67; corsivo nel testo.

²⁹ *Ivi*, p. 62;

³⁰ *Ivi*, p. 138;

potere politico dei propri limiti di fronte ai cancelli delle istituzioni scientifiche, ovvero l'indipendenza effettiva di tali istituzioni nel proprio governo, negli statuti, nelle nomine, negli orientamenti della ricerca, nell'amministrazione dei beni. Crediamo che, in tali materie, lo Stato non debba entrare in maniera invasiva dettando o vietando questa o quella ricerca, oppure mettendo in opera forme di controllo più o meno occulte attraverso «nomine politiche» e «riordinamenti della gestione» (per lo più consistenti in tagli ai fondi e accorpamenti degli istituti). Riteniamo, invece, che il potere politico statale o sovrastatale (tenuto conto che, di fatto, il ruolo chiave nell'impresa tecnico-scientifica planetaria è oggi svolto da organi di ricerca internazionali) debba limitarsi a vigilare che, a tutti i livelli, il governo delle istituzioni scientifiche sia «ragionevole e non ripugni o non sia contrario alle leggi, costumi, ecc.» dello Stato o degli Stati in questione³¹.

Crediamo che questa non sia una difesa dell'elitarismo delle scienze e degli scienziati – all'opposto! Si ricordi, a questo proposito, l'enfasi con cui nel 1961 Dwight Eisenhower, nel suo Discorso di commiato da Presidente USA, metteva in guardia dal «pericolo che la politica pubblica possa divenire essa stessa schiava di un'élite scientifico-tecnologica», magari asservita agli interessi del «complesso militare industriale»³². Come è noto, con queste parole Eisenhower si riferiva in particolare a Wernher von Braun (il «genio dei missili» dapprima nella Germania nazista e, dalla fine del conflitto mondiale, negli USA) e a Edward Teller, il «padre della bomba H». Crediamo, tuttavia, che la vicenda di Teller bene illustri il senso della libertà di ricerca entro una società aperta. «Possiamo argomentare – ha dichiarato Teller in occasione di un Convegno su scienza ed etica tenutosi nel 1992 presso la Villa Monastero di Varenna – dobbiamo argomentare e argomenteremo che in qualsiasi circostanza la conoscenza è preferibile all'ignoranza», giacché la mancanza di adeguata informazione paralizza il giudizio: in particolare, il giudizio dei cittadini e dei loro rappresentanti³³. Coerente con tale atteggiamento, Teller aveva difeso, persino negli anni del conflitto mondiale, la dimensione *pubblica* della ricerca scientifica di base contro la sua irreggimentazione militare, ritenendo che il libero

³¹ *Ivi*, p. 141 (con qualche piccola variazione per uniformità).

³² D.D. EISENHOWER, *Farewell Address to the Nation* (Discorso di commiato alla Nazione), 17.1.1961; ora anche on-line, vedi p. es.: <http://mcdams.posc.mu.edu/ike.htm>. Sul nesso politica-scienza-sicurezza e in particolare sull'importanza dell'amministrazione Eisenhower sotto questo profilo, vedi I. CHERNUS, *Apocalypse Management. Eisenhower and the Discourse of National Insecurity*, Stanford University Press, Stanford et al. 2008.

³³ E. TELLER, *Sull'importanza della scienza e dell'etica*. Parti I e II, trad. it. in *Scienza ed etica alle soglie del Terzo Millennio*, a cura di D. Galbiati, E. Gelmini, R. A. Ricci, G. Rigamonti, E. Sindoni, Atti del convegno (Varenna, Villa Monastero, 28-30 settembre 1992), Società italiana di Fisica, Bologna, 1993, pp. 39-45 e pp. 47-54.

scambio di idee fra gli scienziati fosse il miglior metodo per diminuire l'ignoranza – per esempio, l'ignoranza delle conseguenze distruttive di un'esplosione nucleare³⁴.

Non ci illudiamo: questo tipo di conoscenza e l'istruzione pubblica necessaria a sostenerla sono *merce costosa*, che richiede piani d'investimento in materiali, strumenti e personale adeguatamente addestrato. Il prezzo di tutto ciò ricade in gran parte sulle casse dello Stato, gravando da ultimo sui contribuenti.

A nostro parere, però, non si tratta del costo di un «bene di lusso» che le istituzioni ci possono concedere ma di cui potremmo anche fare a meno, bensì del *prezzo della democrazia*: incrementare la ricerca e migliorare le condizioni del dibattito scientifico, diffondendo la conoscenza attraverso l'istruzione, significa garantire ai cittadini l'accesso a strumenti per scegliere i propri rappresentanti anche in base ai piani di finanziamento alla ricerca che costoro propongono e attuano (o «dimenticano» di attuare...). Negare ai cittadini adeguata informazione scientifica significa, al contrario, lasciarli in balia di potenziali *élites* scientifico-tecnologiche e dei loro *pendants* politici e burocratici.

In altre parole, la libertà di ricerca non è una questione privata che riguarda singoli soggetti (gli scienziati) entro la variegata compagine sociale; ne va della stessa democrazia. È una libertà su cui vigilare *senza cedere*, perché ogni cedimento sul terreno della libertà di ricerca è un cedimento ad autoritarismi di stampo vecchio e nuovo. Sotto questo profilo, il riconoscimento della legittimità della «dimensione pubblica» della conoscenza può preludere a una profonda revisione in senso libertario del ruolo della scienza entro la società (nonché della funzione della decisione politica rispetto alla scienza). Solo sulla base della discussione libera e spregiudicata delle acquisizioni dell'impresa tecnico-scientifica (una discussione che, evidentemente, rinunci a sbarrare pregiudizialmente la strada a questa o quella direzione di ricerca) è pensabile che «i cittadini e i gruppi di cittadini che esercitano il controllo» si dedichino a «indagare costantemente sulle conquiste e gli effetti delle istituzioni più potenti, giudicare e, in caso di bisogno, correggere», come osserva Paul K. Feyerabend in un libro significativamente intitolato *La scienza in una società libera*³⁵.

³⁴ Vedi in proposito l'ampio e dettagliato ritratto che di Teller traccia GOODCHILD, *Il vero dottor Stranamore. Edward Teller e la guerra nucleare*, 2004, ed. it. a cura di L. Guzzardi, Raffaello Cortina, Milano, 2009.

³⁵ P.K. FEYERABEND, *La scienza in una società libera*, trad. it., Feltrinelli, Milano, 1982, p. 11. Ma su questi problemi vedi anche I. LAKATOS, *La metodologia dei programmi di ricerca scientifici*, ed. it. a cura di M. MOTTERLINI, Il Saggiatore, Milano, 2001. Ovviamente, l'idea che varie forme di vita possano convivere senza schiacciarsi (e che sia necessario limitare o arginare le forme di vita che cercano di dominare le altre) non vale soltanto per le scienze ma anche, per esempio, per la letteratura, le arti o la religione. E non si dica che si tratta di limitazioni sensate al relativismo. Si peccherebbe di intellettualismo: qui, di fatto, non sono in gioco criteri di

6. «Direzioni innumerevoli e contrastanti»

Ma quali criteri adottare per decidere cosa sia dannoso e cosa no – o, più concretamente, per deliberare quante risorse assegnare a quali programmi di ricerca? Feyerabend dà a questo rompicapo una risposta apparentemente paradossale: «*In una società libera un cittadino utilizza i criteri della tradizione cui appartiene*». Lassismo eccessivo? Relativismo che fagocita persino se stesso? In realtà, Feyerabend non si discosta troppo da quella estensione del modello illuministico dell'autonomia della ricerca scientifica all'intera società civile tracciata a suo tempo nel potente *Saggio sulla libertà* (1859) del britannico John Stuart Mill. In particolare, nel capitolo secondo del *Saggio*, significativamente intitolato *Della libertà di pensiero e discussione*, Mill rivendica la liceità per ogni individuo maturo di realizzarsi «in direzioni innumerevoli e contrastanti». Più precisamente:

La libertà, come principio, non è applicabile in alcuna situazione precedente il momento in cui gli uomini sono diventati capaci di migliorare attraverso la discussione libera e tra eguali. Fino ad allora, non vi è nulla per loro, salvo l'obbedienza assoluta a un Aqbar o a un Carlomagno se sono così fortunati da trovarlo. Ma, non appena gli uomini hanno conseguito la capacità di essere guidati verso il proprio progresso dalla convinzione o dalla persuasione (condizione da molto tempo raggiunta in tutte le nazioni di cui ci dobbiamo occupare), la costrizione, sia in forma diretta sia sotto forma di pene e sanzioni per chi non si adegua, non è più ammissibile come strumento di progresso, ed è giustificabile solo per la sicurezza altrui.³⁶

L'assenza di vincoli teorizzata dal *libertarismo* di Mill può dispiegarsi non solo nell'impresa scientifica (cui dedica non poche pagine, proprio per l'importanza che in essa hanno pluralità di punti di vista, critica, dissenso), ma anche nella società civile, solo perché c'è un vincolo di cui il libertario non può fare a meno. Come leggiamo ancora nel *Saggio*:

La sola libertà che meriti questo nome è quella di perseguire il nostro bene a nostro modo, purché non cerchiamo di privare gli altri del loro o li ostacoliamo nella loro ricerca. Ciascuno è l'unico autentico guardiano della propria salute, *sia fisica sia mentale e spirituale*. Gli uomini traggono maggior vantaggio dal permettere a ciascuno di vivere come gli sembra meglio che dal costringerlo a vivere come sembra meglio agli altri.³⁷

verità bensì il diritto a difendere, con qualsiasi mezzo lo impongano le circostanze, le (proprie) opinioni e scelte di vita – o persino la propria esistenza.

³⁶ J.S. MILL, *Saggio sulla libertà*, prefaz. di G. Giorello e Marco Mondadori, il Saggiatore, Milano, trad. it. di S. Magistretti, 2009, p. 29.

³⁷ *Ivi*, p. 31.

Dunque, il solo scopo per cui si può legittimamente esercitare un potere su qualunque membro di una comunità contro la sua volontà è per evitare danno agli altri. È bene chiarirlo senza infingimenti: per illibertario, un vincolo *resta* un male, anche se è necessario in vista di una società libera e giusta: è un male, perché è comunque una restrizione della libertà; *ma la libertà può essere ristretta solo a vantaggio della libertà*. E la giustizia non è altro che la definizione di un uguale diritto per ognuno al massimo sistema concepibile di libertà disponibili per tutti i membri di quella comunità (questo, tra l'altro, tende a eliminare qualsiasi contrasto tra libertà e giustizia).

Ma che dire dell'obiezione per cui l'ammettere, anzi l'incrementare una tale proliferazione di stili di pensiero e forme di vita, potenzialmente sempre «contrastanti», come Mill apertamente riconosce, comporta sempre il rischio di spezzare qualsiasi ben ordinata realizzazione comunitaria? Abbiamo già visto che questo non accade, almeno abitualmente, in quella particolare comunità che è la comunità scientifica. Qui le controversie sono benvenute perché – per quanto possano avere conseguenze nefaste sulla psicologia dei soggetti coinvolti – svelano facce della «verità fallibile» che altrimenti rimarrebbero celate. C'è dunque una connessione stretta, almeno in campo epistemologico, tra il fallibilismo di cui abbiamo parlato nel paragrafo 2 e l'opzione libertaria. A maggior ragione, aggiungeva il Mill del *Saggio*, ciò vale in campo etico, ove il mondo assopito della consuetudine ha bisogno, di tanto in tanto, di essere risvegliato dal vento del disgelo. Ma questo tipo di libertà non potrebbe portare a una sorta di anarchia in campo morale? E, per motivazioni tipicamente economiche, dare luogo a una ristrutturazione puramente consumistica della società stessa?

7. Mill contro i «diritti sociali»

In una pagina del *Saggio sulla libertà* Mill espone un caso piuttosto interessante: il segretario di una sedicente «Alleanza», cioè di un'associazione di proibizionisti del ricorso ad alcolici, comincia col concedere che cadano «al di fuori della sfera della legislazione» tutte le questioni «relative al pensiero, all'opinione, alla coscienza»; ma subito ribadisce che «dentro di essa» si trova invece «tutto ciò che è [...] attinente ad atti, abitudini, rapporti sociali». Ora, obietta Mill, bere birra, vino o whiskey è scelta «individuale»; eppure, lo Stato può benissimo impedire a chiunque di consumare: basta che ne vieti il commercio! Che ci dice allora quel *proibizionista democratico*? La sua pretesa recita così:

Se c'è qualcosa che viola i miei diritti sociali, è certamente il commercio di bevande alcoliche. Distrugge il mio diritto all'uguaglianza, derivando profitto dalla creazione di un'indigenza sostenuta dalle tasse che pago. Ostacola il mio diritto a un libero sviluppo morale e intellettuale, circondando di pericoli il mio cammino, indebolendo e demoralizzando la società da cui ho diritto di pretendere mutuo soccorso e appoggio.³⁸

Ma questa idea dei «diritti sociali – commenta Mill – è molto più pericolosa di qualsiasi singola interferenza nella libertà»; anzi, «non riconosce alcun diritto ad alcuna libertà, eccetto forse quella di avere opinioni in segreto, senza rivelarle a nessuno»³⁹. È davvero *la schiavitù di ognuno da parte di ogni altro*. Nessuno è più «signore» delle proprie preferenze, poiché è soggetto a quelle degli altri. Oggi, il caso sollevato dal segretario dell'Alleanza potrebbe apparire futile (attenzione, però: il proibizionismo degli alcolici negli USA ha conosciuto la sua aurea stagione di disastri negli anni trenta del Novecento).

Ma non è così, tuttavia, per il problema generale dei cosiddetti «diritti sociali». Basta sostituire al commercio delle bevande fermentate o distillate quello di materiale pornografico, per esempio, e scatta in non pochi la mania di intervenire legalmente.

Come ha osservato una delle più raffinate interpreti della concezione milliana, Nadia Urbinati, «se il legislatore potesse provare senza ombra di dubbio che esiste una diretta relazione causale tra [...] la pornografia e la violenza contro le donne o tra la pornografia e la schiavitù delle donne, non ci sarebbero discussioni sulla legittima coercizione di [questa] libertà di espressione»⁴⁰. Già per Mill non c'è dottrina sociale che possa «stabilire inferenze di causalità diretta – nota ancora Urbinati – tale mancanza di certezza scientifica [...] tiene la sfera della decisione politica aperta alla revisione». Può sembrare bizzarro che sia una difficoltà epistemologica a garantire lo spazio della libertà individuale? Non per un fallibilista (vedi le osservazioni di Poincaré e di Peirce riportate e discusse nei paragrafi 1 e 2 rispettivamente); ovvero non più del fatto che è il carattere flessibile di qualsiasi teoria a rendere possibile la stessa crescita della conoscenza scientifica. In entrambi i casi l'aspetto procedurale è quello che conta: l'individualismo libertario non mira a «un'antologia delle azioni che riguardano solo l'individuo», bensì a «linee guida [per] il legislatore» che si trova a vincolare comportamenti che si pretende abbiano effetti unicamente sugli individui che li adottano⁴¹. Quella pretesa va vagliata, situazione per situazione, proprio perché si sa bene che *un'azione* che riguardi esclusivamente il suo

³⁸ *Ivi*, pp. 109-110.

³⁹ *Ivi*, p. 110.

⁴⁰ N. URBINATI, *L'ethos della democrazia. Mill e la libertà degli antichi e dei moderni*, Laterza, Roma-Bari, 2006, p. 222.

⁴¹ Vedi ancora N. URBINATI, *cit.*, p. 223.

agente è un caso limite; ma va vagliata tenendo conto di tutti i *pro* e i *contro*, lasciando completa possibilità di espressione alle parti interessate. Se contassero solo le preferenze del legislatore, cioè se egli procedesse meramente a propria discrezione, anche se confortata dal consenso di una qualche «maggioranza», non usciremmo da un paternalismo che il libertario giudica dispotico (pur se ammantato dai crismi della «democrazia»). Anche una legislazione eventualmente repressiva, non diversamente dall'accordo scientifico, è il risultato dell'equilibrio di ragioni contrapposte – sempre necessario dal punto di vista pratico, sempre precario («instabile») sotto il profilo teorico. E se qualcuno ci accusa di sfruttare il punto di vista «milliano» per giustificare non la semplice pornografia, ma una più eversiva «lussuria», ci rende, per così dire, un servizio: contribuisce, infatti, a chiarire come lo scopo principale del *Saggio sulla libertà* fosse quello di *contenere* il più possibile ogni forma di *coercizione* da parte della società sui suoi membri; e non certo quello di bloccare l'argomentazione e la critica, in campo scientifico come in campo etico.

Volete sopprimere il consumo di bevande alcoliche, o di qualsiasi altra «droga» – o, se è per questo, di materiale pornografico (prodotto, ovviamente, dalla cooperazione di soggetti tutti adulti, consenzienti ecc.)? Chiedetevi prima se siete in grado di dimostrare che il fatto che *altri* consumino tali «sostanze» danneggia direttamente *voi*; interrogatevi se quella «licenza» non sia un precedente che, in altre situazioni, potrebbe giovare a «libertà» che *voi* vorreste vi fossero garantite; infine, provate a domandarvi se quei divieti che invocate per i vostri «diritti sociali» non vadano contro diritti individuali espressi nella Costituzione o nelle leggi del paese, così che qualche Corte costituzionale potrebbe impugnarli anche se li avete fatti passare «a larga maggioranza». E soprattutto, come noi libertari ci asteniamo dalle ontologie, fatelo anche voi: i pretesi diritti sociali avranno forse giustificazioni religiose o metafisiche, ma si tratta di cattiva metafisica o di cattiva religione.

Bibliography / Bibliografia

Main Books and Texts by Giulio Giorello

Principali libri e saggi di Giulio Giorello

- JOHN STUART MILL, *Saggio sulla libertà*, prefaz. di / Foreword by G. Giorello e / and Marco Mondadori, il Saggiatore, Milano, 1981¹, 1984², 1991³, trad. it. di / Italian Translation by Stefano Magistretti, 1999¹, 2002².
- G. GIORELLO, *Il pensiero matematico e l'infinito*, Unicopli, Milano, 1982.
- G. GIORELLO, *Lo spettro e il libertino: teologia, matematica, libero pensiero*, Mondadori, Milano, 1985.
- G. GIORELLO, LUDOVICO GEYMONAT, FABIO MINAZZI, *Le ragioni della scienza*, Laterza, Bari-Roma, 1986.
- G. GIORELLO, *Filosofia della scienza*, Jaca Book, Milano, 1992.
- G. GIORELLO, *Introduzione alla filosofia della scienza*, RCS libri & grandi opere, Milano, 1994.
- G. GIORELLO, DONALD GILLIES, *La filosofia della scienza nel 20° secolo*, Laterza, Roma, 1995.
- G. GIORELLO, CORRADO SINIGAGLIA, *Fermat: i sogni di un magistrato all'origine della matematica moderna*, Le Scienze, Milano, 2001.
- G. GIORELLO, MICHELE CILIBERTO, *Giordano Bruno: la nuova filosofia degli infiniti mondi*, Le Scienze, Milano, 2004.
- G. GIORELLO, *Di nessuna Chiesa: la libertà del laico*, Raffaello Cortina, Milano, 2005.
- G. GIORELLO, UMBERTO VERONESI, *La libertà della vita*, a cura di / edited by Chiara Tonelli, Raffaello Cortina, Milano, 2006.
- G. GIORELLO, PIER LUIGI GASPA, *La scienza tra le nuvole: da Pippo Newton a Mr Fantastic*, Raffaello Cortina, Milano, 2007.
- G. GIORELLO, EDOARDO BONCINELLI, *Lo scimmione intelligente: Dio, natura e libertà*, Rizzoli, Milano, 2009.
- G. GIORELLO, *Lussuria. La passione della conoscenza*, Il Mulino, Bologna, 2010.
- G. GIORELLO, *Senza Dio. Del buon uso dell'ateismo*, Longanesi, Milano, 2010.
- G. GIORELLO, *Il tradimento in politica, in amore e non solo*, Longanesi, Milano, 2012.